基于因子分析的信源数与噪声估计

刘鲁涛,司锡才,王立国
(哈尔滨工程大学信息与通信工程学院,黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: 空间色噪声环境下的信源数估计是阵列信号处理研究的热点之一.本文引入因子分析(Factor Analysis)模型模拟阵列接收协方差矩阵,在色噪声条件下提出了基于最小均方准则求解构成协方差矩阵的因子,进而构造统计量判断信源数量并完成空间色噪声的估计.通过计算机仿真对比已有的其他方法,验证了本文提出方法的有效性和优越性.

关键词: 因子分析;最小均方;信源数估计;色噪声
中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 04-0837-05

Source Number and Noise Estimation Based on Factor Analysis

LIU Lu-tao, SI Xi-cai, WANG Li-guo
(*School of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin, Heilongjiang 150001, China*)

Abstract: A new concept 'Factor Analysis technique' for array processing is introduced in this paper. The model which Factor Analysis considers closely resembles the data model received by array. So the properties of it have been proven useful to estimate the source numbers for DOA estimation. This paper presents the algorithmic approach of least square criterion to estimate the source number and spatially colored noise from the covariance matrix of received signals based on Factor Analysis model. The estimation performance is illustrated by computer simulation with comparisons to traditional methods.

Key words: factor analysis; least square; estimation of source number; colored noise

1 引言

空间谱估计空间技术在雷达、声纳、射电天文学和移动通信中扮演重要角色.其众多的高性能算法都是在信源数已知情况下提出的,在信源数未知或信源估计与实际不符时算法性能将会严重下降.信源估计是空间谱估计的一个关键问题,目前提出的信号源数目估计方法有信息论准则 MDL[1]和盖氏圆[2]等方法.信息论准则的信源数估计方法利用的是阵列协方差矩阵的特征值,根据信号特征值和噪声特征值的差别进行信号源数目估计;盖氏圆方法利用阵列协方差矩阵的盖氏圆半径估计信源数.这些方法均假设每个阵元上的噪声是相等的.但是,当传感器通道的噪声功率不相等(色噪声),大多数方法都不能很好的检测信号源数目,有必要在复杂噪声条件下对信源估计进行深入研究[3,4].

矩阵变量因子分解技术是用来分析观测矢量与影响其变化的潜在低维变量关系的方法[5].最早应用于心理测验学与生物测定学[6],渐渐扩展到与矩阵高维数据有关的信号处理领域,如图像识别与语音识别[7,8],本文将因子分解技术引入空间谱估计,用因子分解模型来近似模拟阵列接收协方差矩阵模型来估计信源个数.其基本思想是通过对协方差矩阵分析,估计影响协方差矩阵的一般因子与特殊因子(分别对应于信号变量和噪声变量)来估计信源个数和噪声.本文提出以最小均方误差(LS)原则,通过有限次迭代求得一般因子与特殊因子的最优解,从而估计信号源个数和噪声方差.该方法具有不需要精确已知阵列流形,且计算量相对较小;并且可以在各个通道噪声功率不相等,小信噪比(SNR)情况下,估计出信源数与噪声功率.

2 信号模型与因子分解模型

假设 q 个远场窄带信号入射到由 p 个阵元构成的天线阵($p > q$),各个通道噪声相互独立,第 i 个阵元接收噪声 n_i.其一阶与二阶矩分别为:

$$E[n_i]=0 \quad E[n_i n_j]=\begin{cases}0, & i\neq j\\ \sigma_i^2, & i=j\end{cases}$$

信号与噪声不相关:

$$E[s_k n_i]=0 \quad \forall\, i,j=1,2,\cdots,p, \quad k=1,2,\cdots,q$$

收稿日期:2010-02-27;修回日期:2010-05-28
基金项目:国家自然科学基金(No.60802059)

任意时刻 t,阵列输出数据模型为:

$$x(t)=\sum_{i=1}^{q}\boldsymbol{a}(\theta_i)s_i(t)+\boldsymbol{n}(t) \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{a}(\theta_i)$为目标导向矢量,即第 i 个信号源的阵列响应;$\boldsymbol{n}(t)=[n_1(t),\cdots,n_p(t)]^{\mathrm{T}}$为阵元接收噪声.$p$ 个阵元在特定观察时间区间采样 L 个快拍,则接收的观测数据可以表示为:

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{AS}+\boldsymbol{N} \tag{2}$$

式中,$\boldsymbol{X}=[\boldsymbol{x}(1),\boldsymbol{x}(2),\cdots,\boldsymbol{x}(L)]$为 $p\times L$ 维的接收数据矩阵;$\boldsymbol{S}=[\boldsymbol{s}_1,\cdots,\boldsymbol{s}_q]^{\mathrm{T}}$ 为 $q\times L$ 维信号矩阵;$\boldsymbol{N}=[\boldsymbol{n}(1),\boldsymbol{n}(2),\cdots,\boldsymbol{n}(L)]$为 $p\times L$ 维的噪声矢量.$\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{a}(\theta_1),\cdots,\boldsymbol{a}(\theta_q)]$为 $p\times q$ 维的阵列流型矩阵,为传播参数函数,包含有目标方向、阵列几何和天线复增益信息.

接收数据协方差阵设为 $\boldsymbol{\Sigma}$:

$$\boldsymbol{\Sigma}=E[\boldsymbol{XX}^{\mathrm{H}}]=\boldsymbol{AR}_s\boldsymbol{A}^H+\boldsymbol{D} \tag{3}$$

式中,$\boldsymbol{D}=E(\boldsymbol{NN}^{\mathrm{H}})=\mathrm{diag}(\sigma_1^2,\cdots,\sigma_p^2)$;$\boldsymbol{R}_s=E(\boldsymbol{SS}^{\mathrm{H}})$.当观测时间足够长,使用采样协方差矩阵 $\boldsymbol{R}$ 代替接收信号协方差阵$\boldsymbol{\Sigma}$.

$$\boldsymbol{R}=[r_{mn}]=\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}\boldsymbol{x}_k\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{H}}=\frac{1}{L}\boldsymbol{XX}^{\mathrm{H}} \tag{4}$$

由于 $\boldsymbol{\Sigma}$ 为正定阵,则存在 $p\times q$ 维矩阵$\boldsymbol{B}$,使得:

$$\boldsymbol{\Sigma}=\boldsymbol{AR}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{D}=\boldsymbol{BB}^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{D} \tag{5}$$

以上为因子分析模型.因子分析技术的目的就是要区分影响协方差矩阵的因子,即估计 $\boldsymbol{B}$ 与$\boldsymbol{D}$.这里 $\boldsymbol{B}$ 为一般因子(Common Factor),对角阵 $\boldsymbol{D}$ 为特殊因子(Specific Factor).由于一般因子 $\boldsymbol{B}$ 是由天线结构和其接收的信号决定的,而特殊因子 $\boldsymbol{D}$ 由噪声决定,所以可以通过对协方差矩阵 $\boldsymbol{B}$ 与$\boldsymbol{D}$ 的估计,求得信源数目以及噪声情况.因子分析技术可以认为是特征分解的一个扩展,如果 $\boldsymbol{BB}^{\mathrm{H}}$的特征分解可以写成 $\boldsymbol{U\Lambda U}^{\mathrm{H}}$这里 $\boldsymbol{U}=[\boldsymbol{U}_s,\boldsymbol{U}_n]$,则:

$$\boldsymbol{\Sigma}=[\boldsymbol{U}_s,\boldsymbol{U}_n]\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Lambda}_s & \\ & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_s^{\mathrm{H}}\\ \boldsymbol{U}_n^{\mathrm{H}}\end{bmatrix}+\boldsymbol{D} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{U}_s\sqrt{\boldsymbol{\Lambda}_s}$$

式中,$\boldsymbol{\Lambda}_s$ 为$q\times q$ 维对角阵(对角元素对应信号能量).注意只有在 $p\geqslant q$ 时因子分解技术才有效,并且对 $\boldsymbol{B}$ 的估计并不唯一.假设有矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 为酉阵($\boldsymbol{B}'=\boldsymbol{BQ}$),则有:

$$\boldsymbol{BB}^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{BQ}(\boldsymbol{BQ})^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{B}'\boldsymbol{B}'^{H}$$

所以估计出的 $\boldsymbol{B}$ 而非"真正"的因子 $\boldsymbol{AS}$;但由式(6)得出一般因子的维数为 $p\times q$,且有:

$$\mathrm{rank}(\boldsymbol{B})=q$$

由此我们可以通过对 $\boldsymbol{B}$ 的估计,来判断出天线阵列接收的信源数 q.

3 信源数估计

对于一个 p 元阵列,设其接收观测量 $\boldsymbol{x}(t)$是一个复高斯随机矢量,其均值矢量为 $\boldsymbol{m}_x$,协方差矩阵为 $\boldsymbol{\Sigma}$,假设 $\boldsymbol{m}_x$ 不是参数向量的函数,不失一般性令 $\boldsymbol{m}_x=0$,其观测量的单次快拍概率密度函数(PDF)为[9]:

$$f_i(\boldsymbol{x})=\frac{1}{\pi^p\det(\boldsymbol{\Sigma})}\exp(\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{H}}) \tag{7}$$

假设连续快拍间是统计独立的,则 L 个快拍联合概率密度函数为:

$$l_x=f(x_1,\cdots,x_L)=\prod_{i=1}^{L}\frac{1}{\pi^p|\boldsymbol{\Sigma}|}\exp(\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{H}}) \tag{8}$$

式中,$|\cdot|$为矩阵行列式.则负对数似然(log-likelihood)函数为:

$$-\ln l_x=L(p\ln\pi+\ln(|\boldsymbol{\Sigma}|)+\mathrm{tr}\{\boldsymbol{R\Sigma}^{-1}\}$$

式中,tr 为矩阵的迹.

通过上述正态总体假设,估计最佳的 $\boldsymbol{B}$ 与$\boldsymbol{D}$,从而求解信源数与噪声矩阵.为求解 $\boldsymbol{B}$ 与$\boldsymbol{D}$,可以做下列假设:

$$\begin{cases}H_0:\mathrm{rank}(\boldsymbol{B})=q\\ H_1:\mathrm{rank}(\boldsymbol{B})\neq q\end{cases} \tag{9}$$

在 H_1 情况下,由于 $\boldsymbol{\Sigma}$ 没有任何特殊限制为一般正定阵,其最大似然(MLE)函数:

$$l(\boldsymbol{\Sigma})=\frac{1}{(2\pi)^{Lp}}\mathrm{e}^{-Lp}\frac{1}{|\boldsymbol{\Sigma}|^L} \tag{10}$$

正比与$|\boldsymbol{\Sigma}|^{-L}\mathrm{e}^{-Lp}$,在 H_0 假设条件下 $\boldsymbol{\Sigma}$ 结构限定为$\boldsymbol{\Sigma}=\underset{p\times q}{\boldsymbol{B}}\underset{p\times q}{\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}}+\boldsymbol{D}$,由式(8)与式(5)可得 $\boldsymbol{B}$,$\boldsymbol{D}$ 的最大似然(MLE)估计值 $\hat{\boldsymbol{B}}$ 与$\hat{\boldsymbol{D}}$ 正比于:

$$\begin{aligned}&|\hat{\boldsymbol{\Sigma}}|^{-L}\exp\Big(\mathrm{tr}\Big[\hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1}\Big(\sum_{i=1}^{L}\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{H}}\Big)\Big]\Big)\\&=|\hat{\boldsymbol{B}}\hat{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{H}}+\hat{\boldsymbol{D}}|^{-L}\exp(L\mathrm{tr}[(\hat{\boldsymbol{B}}\hat{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{H}}+\hat{\boldsymbol{D}})^{-1}\boldsymbol{R}])\end{aligned} \tag{11}$$

检测 H_0 的似然率[10]可以通过对式(10)和式(11)的比值取负对数得到:

$$\begin{aligned}-\ln\Lambda&=\ln\Big[\frac{\text{MLE under }H_0}{\text{MLE under }H_1}\Big]\\&=\ln\Big(\frac{|\hat{\boldsymbol{R}}|}{|\boldsymbol{\Sigma}|}\Big)^{-L}-L[\mathrm{tr}(\hat{\boldsymbol{R}}^{-1}\boldsymbol{\Sigma})-p]\end{aligned}$$

由 $\mathrm{tr}(\hat{\boldsymbol{R}}^{-1}\boldsymbol{\Sigma})-p=0$,有:

$$\ln\Lambda=L\ln\Big(\frac{|\hat{\boldsymbol{R}}|}{|\boldsymbol{\Sigma}|}\Big) \tag{12}$$

文献[12]对于有限样本近似进行修正,将 L 替换为$L'=L-1-(2p+4q+5)/6$,则得到统计量 T:

$$T=L'\ln\Big(\frac{|\hat{\boldsymbol{R}}|}{|\boldsymbol{\Sigma}|}\Big) \tag{13}$$

近似服从自由度为$(p-q)^2-(p-q)$的 χ^2 分布.由此可以得出如果:

$$T > \chi^2_{[(p-q)^2-p-q]}(\alpha) \tag{14}$$

我们在 α 水平下拒绝 H_0 假设,否则接收 H_0.这里要保证 $(p-q)^2-(p-q)>0$.

4 因子估计与算法描述

4.1 一般因子与特殊因子的估计

下面研究对参数 $\boldsymbol{B}$ 与 $\boldsymbol{D}$ 的估计问题,为了得到上述参数的极大似然估计,应求该对数似然函数在参数空间上的极大值.这是一个非线性多维最优化问题,涉及到复杂的复数求导运算.因此对于包含大量参数的代价函数来讲,最直接的优化方法是首先固定部分参数不变条件下,在此限定条件下找到其它参数最优解,使代价函数最小.下面我们提出以最小方差(LS)原则,求解 $\hat{\boldsymbol{B}}$ 与 $\hat{\boldsymbol{D}}$ 的方法.

假设有第 k 次迭代对特殊因子 $\boldsymbol{D}$(噪声矩阵)的一个估计 $\hat{\boldsymbol{D}}(k)$,在此条件下优化 LS 代价函数 ,估计最优解 $\hat{\boldsymbol{B}}_k$:

$$\hat{\boldsymbol{B}}_{(}k) = \arg\min_{B}\| \boldsymbol{R} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}} - \hat{\boldsymbol{D}}(k)\|_F^2 \tag{15}$$

式(15)的最小值可以由特征分解得到:

$$\hat{\boldsymbol{R}} - \hat{\boldsymbol{D}}(k) = \boldsymbol{U\Lambda U}^{\mathrm{H}}$$

这里:$\boldsymbol{U} = [\boldsymbol{u}_1, \cdots, \boldsymbol{u}_q, \cdots, \boldsymbol{u}_p]$, $\boldsymbol{\Lambda} = \mathrm{diag}(\lambda_1, \cdots, \lambda_q, \cdots, \lambda_p)$

式(15)最优解为:

$$\hat{\boldsymbol{B}}(k) = [\boldsymbol{u}_1\lambda_1^{1/2}, \cdots, \boldsymbol{u}_q\lambda_q^{1/2}]$$

下一步是固定 $\hat{\boldsymbol{B}}(k)$不变,最小化代价函数,求解最优 $\hat{\boldsymbol{D}}(k+1)$:

$$\hat{\boldsymbol{D}}(k+1) = \arg\min_{D}\| \hat{\boldsymbol{R}} - \bar{\boldsymbol{B}}(k)\bar{\boldsymbol{B}}(k)^{\mathrm{H}} - \boldsymbol{D}\|_F^2 \tag{16}$$

注意式中 $\boldsymbol{D}$ 为正定对角阵.其最优值可以通过下列方法获得:将 $\hat{\boldsymbol{R}} - \hat{\boldsymbol{B}}(k)\hat{\boldsymbol{B}}(k)^{\mathrm{H}}$所得矩阵地非对角线元素置零,只保留对角元素,即为最优解 $\hat{\boldsymbol{D}}(k+1)$.通过上述方法反复迭代减小模型误差,最终求出 $\hat{\boldsymbol{B}}$ 与 $\hat{\boldsymbol{D}}$.为使其可以快速收敛到最小值,应当适当选择迭代的初始值.

4.2 初值计算与算法描述

该方法的关键在于如何求得迭代的初始值 $\hat{\boldsymbol{B}}_0$ 或 $\hat{\boldsymbol{D}}_0$,文献[10]提出了一个 $\hat{\boldsymbol{D}}_0$ 的选择.为实现快速迭代,下面提出一种估计初值 $\hat{\boldsymbol{B}}_0$ 的方法.

由采样协方差阵 $\boldsymbol{R}$ 可以看出,特殊因子 $\boldsymbol{D}$ 只影响其对角线元素,所以已知 $\boldsymbol{BB}^{\mathrm{H}}$的非对角元素为 $\boldsymbol{R}$ 的非对角元素$[r_{mn}]$$(m \neq n)$.估计 $\hat{\boldsymbol{B}}_0$ 关键问题变为如何得到 $\boldsymbol{BB}^{\mathrm{H}}$的对角线元素.

由于 $\boldsymbol{R}$ 的任意一个不包含 $r_{ii}(i=1,\cdots,p)$的子阵 $\boldsymbol{M}$,其秩不会超过信号源数 q.取 $\boldsymbol{R}$ 中任意一组列标号为$(i_1,\cdots,i_j,\cdots,i_{q+1})$的 $q+1$ 列$(i_j \in [1,2,\cdots,p], j=1,2,\cdots,q+1)$,然后剔除出行标号同样为$(i_1,\cdots,i_j,\cdots,i_{q+1})$的各行,从而构成子阵 $\boldsymbol{M}$.上述方法获得的 $\boldsymbol{M}$ 保证不包含 $\boldsymbol{R}$ 对角线元素$[r_{mn}]$,由于信号数为 q,则 $q+1$ 列子阵 $\boldsymbol{M}$ 有秩 $\mathrm{rank}(\boldsymbol{M}) = q$,一定存在一个 $q+1$ 维矢量 $\boldsymbol{v} = [v_1,\cdots,v_{q+1}]^{\mathrm{T}}$,有 $\boldsymbol{Mv} = \boldsymbol{0}$,这个矢量为噪声空间矢量.$\boldsymbol{v}$ 可以通过对 $\boldsymbol{M}$ 进行奇异值分解(SVD)得到.设矢量$[\hat{r}_{i_1i_1},\cdots,r_{i_1i_j},\cdots,r_{i_1i_{q+1}}]$为秩 1 信号空间矢量,有

$$[\hat{r}_{i_1i_1},\cdots,r_{i_1i_j},\cdots,r_{i_1i_{q+1}}]\boldsymbol{v} = 0$$

由上式可以求得 $\hat{\boldsymbol{B}}_0\hat{\boldsymbol{B}}_0$ 的对角线元素为:

$$\hat{r}_{i_1i_1} = -\left(\sum_{j=2}^{q} r_{i_1i_j}v_j\right)\Big/\boldsymbol{v}_1$$

$\hat{r}_{i_1i_1}(i_1=1,\cdots,p)$的估计可以通过所有包含矩阵 $\boldsymbol{R}$ 第 i_i 列的任意一个子阵 $\boldsymbol{M}$ 阵获得,也可以组合若干个 $\boldsymbol{M}$ 求解 $\hat{r}_{i_1i_1}$.在计算得到所有的 $\hat{r}_{i_1i_1}$ 后,我们就可以得到:

$$\hat{\boldsymbol{B}}_0\hat{\boldsymbol{B}}_0^{\mathrm{H}} = \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{r}_{12} & \cdots & \boldsymbol{r}_{1p} \\ \boldsymbol{r}_{21} & 0 & \cdots & \boldsymbol{r}_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{r}_{p1} & \boldsymbol{r}_{p2} & \cdots & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{r}}_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{\boldsymbol{r}}_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \hat{\boldsymbol{r}}_{pp} \end{bmatrix}$$

对 $\hat{\boldsymbol{B}}_0\hat{\boldsymbol{B}}_0^{\mathrm{H}}$秩-$q$ 特征分解.得到估计因子 $\hat{\boldsymbol{B}}_0$.

信源数与噪声估计算法的步骤总结如下:

(1)假设信源数为 $q_0 = 1$,根据上述方法取矩阵 $\boldsymbol{M}$ 计算迭代初值$\hat{\boldsymbol{B}}_0$;

(2)将 $\hat{\boldsymbol{B}}_0$ 代入式(15)与式(16),迭代几次使 $\hat{\boldsymbol{B}}$ 与$\hat{\boldsymbol{D}}$ 的估计收敛到稳定点;

(3)通过式(9)计算 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}$;

(4)构造统计量 T,判断式(14)是否成立,如果不成立,接收 $H_0: q = q_0$,噪声矩阵为步骤(2)所求 $\hat{\boldsymbol{D}}$;如式(14)成立,设信源数 $q_0 = q_0 + 1$,重复步骤(1)~(4)直到接收 H_0 假设.

5 实验结果与分析

为了验证本文所提算法的有效性,对该算法进行计算机仿真试验.在下面仿真中,采用阵元间距为半波长的 8 元均匀线阵.两个相互独立远场窄带信号以不同方向入射到天线阵列.,噪声为与信号不相关的色噪声 $\boldsymbol{D}$(见式(3)).

实验 1 理论虚警概率与实验虚警概率比较

理论与实验虚警概率比较,其意义在于如果假设信源数为 $q \neq 2$,算法接受假设 $H_0(q=2)$的概率.图 1 横坐标为根据 χ^2 分布计算的理论虚警概率,可以看出多次 Monte-Carlo 实验得出的实验虚警概率与理论虚警概率(实线)十分接近.由于式(13)满足渐近 χ^2 分布,在采样快拍数 N 越多情况下,实验值与理论值拟合更好.

实验 2 信源数检测概率 P_D

快拍数为 500,信噪比从 -10dB 以步长 2 变化到

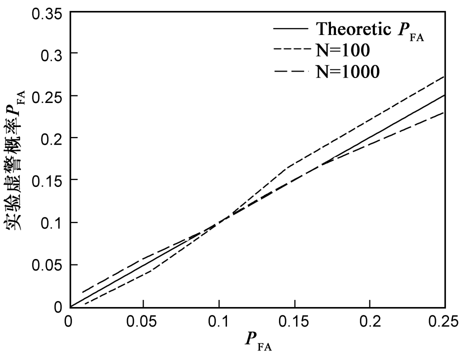

图1 信号源数检测的实验虚警概率

10dB,SNR 定义为$\mathrm{tr}(\boldsymbol{SS}^{H})/\mathrm{tr}(\boldsymbol{DD}^{H})$信号总能量与噪声总能量的比值.图 2 与 3 分别为因子分解方法在白噪声与色噪声条件下的估计性能.

在白噪声条件下当虚警概率为 $P_{FA}=0.01$,其检测信源数的性能高于 MDL 方法,如果在虚警概率要求不是太高的情况下,因子分析算法完全可以代替 MDL.如上文所述 MDL 不能检测色噪声条件下的信源数,而因子分析方法优势在于可以将噪声条件放宽为色噪声,图 3 为因子分析算法色噪声条件下的估计性能.在 SNR 为 0dB 时,信源数目检测概率就达到 1.并且在低 SNR 远远好于盖氏圆方法(GDE)的检测概率.

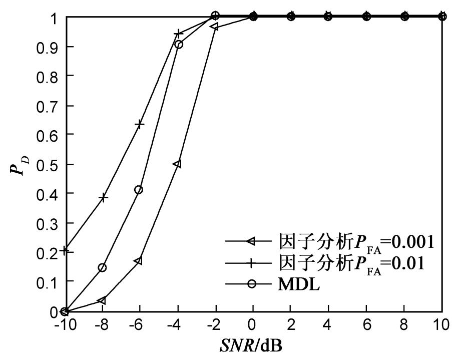

图2 白噪声条件下因子分析算法检测概率P_D与信噪比关系

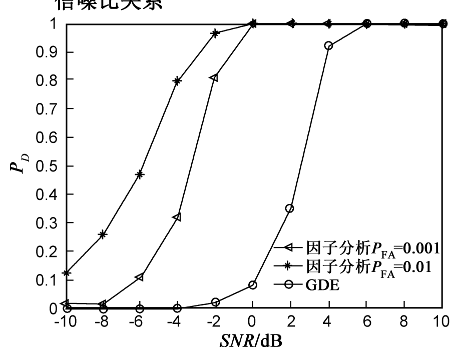

图3 色噪声条件下因子分析算法检测概率P_D与信噪比关系

实验 3 色噪声估计的均方误差(MSE)

在任意两不同方向入射信号情况下,取色噪声矩阵 $\boldsymbol{D}=E(\boldsymbol{NN}^{H})$为:

$$\mathrm{diag}[0.56,0.81,1.00,1.59,0.85,0.68,0.73,0.93]$$

在虚警概率 $P_{FA}=0.01$,正确检测信源条件下,噪声估计均方误差(RMSE)与快拍数关系如表 1 所示.在快拍数增加情况下各个通道噪声估计的 RMSE 逐渐变小,即估计精度越高.快拍数增加采样协方差阵 $\boldsymbol{R}$ 越接近接收数据协方差阵$\boldsymbol{\Sigma}$,色噪声矩阵模型对角占优更明显,噪声估计随之变得越精确,这与表 1 的实验结果相吻合.而且在采样快拍 500 情况下,噪声估计的 MSE 变得很小.噪声矩阵精确估计,便于从采样数据协方差阵提取信号协方差阵.有利于提高接收信号的参数估计(如提高信号分离能力或信号方向估计精度).

表 1 各通道噪声估计均方误差 MSE

快拍数	通道 1 0.56	2 0.81	3 1.00	4 1.59	5 0.85	6 0.68	7 0.73	8 0.93
100	0.0015	0.0057	0.0052	0.0133	0.0048	0.0082	0.0036	0.0051
300	0.0010	0.0027	0.0052	0.0058	0.004	0.0011	0.0026	0.0029
500	0.0006	0.0012	0.0018	0.0045	0.001	0.0006	0.0012	0.0017

6 结论

为了克服色噪声对信源数目估计性能的影响,本文提出了一种基于相关矩阵因子分析的信号检测方法.通过 LS 准则,估计协方差矩阵一般因子与特殊因子(噪声矩阵),并通过构造统计量的方法估计信源个数并得到噪声矩阵,避免了使用似然函数在参数空间上的极大值的繁琐计算.大量的计算机仿真结果验证了所提方法的有效性.

参考文献

[1] Wax M,Kailath T.Detection of signals by information theoretical criteria[J].IEEE Trans on ASSP,1985,33(2):387－397.

[2] Wu H T,Yang J F,Chen F K.Source number estimator using Gerschgorin disks[A].Proc ICASSP[C],Adelaide,Australia,1994.261－264.

[3] 张杰,廖桂生,王珏.空间相关色噪声下基于酉变换的信号源数目估计[J].电子学报,2005,33(9):1585－1588.
Zhang Jie,Liao Gui-shen,Wang Yu.Estimation of number of sources in the presence of spatially correlated noise using unitary transformation[J].Acta Electronica Sinica,2005,33(9):1585－1588.(in Chinese)

[4] 张杰,廖桂生,王珏.对角加载对信号源数检测性能的改善[J].电子学报,2004,32(12):2094－2097.
Zhang Jie,Liao Gui-shen,Wang Yu.Performance improvement of source number detection using diagonal loading[J].Acta Electronica Sinica,2005, 33(9):2094－2097.(in Chinese)

[5] Xianchao Xie,Shuicheng Yan.Matrix-variant factor analysis and its application[J].Neural Networks,IEEE Transactions,2008,19:1821－1826.

[6] Santhanam G,Yu B M.A factor-analysis decoder for high-per-

formance neural prostheses[A]. Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP 2008[C]. IEEE, Las Vegas: 2008. 5208 – 5211.

[7] Dehak N, Dumouchel P. Modeling prosodic features with joint factor analysis for speaker verification[J]. Audio, Speech, and Language Processing, IEEE Transactions, 2007, 15: 2095 – 2103.

[8] Zhen-hai Wang, Chen C H. Factor Analysis for Geophysical Signal Processing with Seismic Profiles[A]. Neural Networks, IJCNN'06[C]. Vancouver, 2006. 2555 – 2560.

[9] 汤俊. 最优阵列处理技术[M],北京:清华大学出版社. 2008. 700 – 703.
Tang Jun, Optimum Array Processing[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008. 700 – 703.

[10] Johnson R A. Applied Multivariate Statistical Analysis[M]. Prentice-Hall, 2002. 485 – 530.

[11] Barlett M S. A note on Multiplying Factor for various chi-Squared Approximation[J]. Journal of the Royal Statistical Society, 1954. 296 – 298.

作者简介

刘鲁涛 男,1977 年 1 月出生于哈尔滨. 现哈尔滨工程大学讲师,博士生,从事阵列信号处理及宽带信号检测的有关研究.
E-mail: liulutao@msn.com

司锡才 男,1940 年 8 月出生于河北. 现为哈尔滨工程大学教授 博导,从事宽频带系统的信号检测、处理与识别研究.
E-mail: sixicai@hrbeu.edu.cn

王立国 男,1974 年出生于黑龙江. 现为哈尔滨工程大学副教授,从事信号/图像处理、机器学习理论研究.
E-mail: wangliguo@hrbeu.edu.cn